

Reši po $x \in R$, $a \in R$ je parametar.

$$x + \sqrt{a + \sqrt{x}} = a$$

Mozemo da uocimo: ako je $a = 0$ tada je $x = 0$, odnosno ako je $a = 1$ tada je $x = 0$.

Imamo da vazi:

$$\sqrt{a + \sqrt{x}} = a - x$$

Kvadriranjem leve i desne strane dobijamo:

$$a + \sqrt{x} = a^2 - 2ax + x^2$$

Uvodimo smenu $\sqrt{x} = t$, odnosno $x = t^2$ za neko $t \in R$, gde je $t > 0$.

Sada zamenom dobijamo jednačinu:

$$a + t = a^2 - 2t^2a + t^4$$

Ovu jednačinu resavamo po a . Sredjivanjem dobijamo:

$$a^2 - (2t^2 + 1)a + t^4 - t = 0$$

Resavanjem ove jednačine dobijamo:

$$a_{1,2} = \frac{2t^2 + 1 \pm |2t + 1|}{2}$$

Posto je $t > 0$, apsolutna vrednost je suvisna, pa dobijamo:

$$a_{1,2} = \frac{2t^2 + 1 \pm (2t + 1)}{2}$$

Sredjivanjem dobijamo da vazi:

$$a = t^2 + t + 1 \quad (1) \text{ ili } a = t^2 - t \quad (2).$$

Posto je jasno da vazi $a - x > 0$ i posto je $x = t^2$, dobijamo da mora da vazi $a - t^2 > 0$. Sada dobijamo:

(1) $\Rightarrow a - t^2 = t + 1 > 0$, sto vazi za svako $t > 0$. Takodje je $a \in (1, +\infty)$, posto je $t > 0$.

(2) $\Rightarrow a - t^2 = -t > 0$, sto ne vazi ni za jedno $t > 0$. Druga mogucnost otpada.

Sada resavanjem $a = t^2 + t + 1$ dobijamo $t^2 + t + 1 - a = 0$.

Imamo da je $t_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{4a-3}}{2}$. Kvadriranjem se vracamo nazad i dobijamo vrednosti za x :

$$x = \frac{-1 + 2a + \sqrt{4a-3}}{2} \text{ ili } x = \frac{-1 + 2a - \sqrt{4a-3}}{2}.$$

Medjutim, prvo resenje otpada jer je $a - x > 0$ za $a \in (\frac{3}{4}, 1)$.

Dakle, za $a \in (1, +\infty)$ imamo da je $x = \frac{-1 + 2a - \sqrt{4a-3}}{2}$.