

Zatim se odrede naponi između tačaka gde su bili priključeni kondenzatori, koristeći metode za rešavanje mreža sa vremenski konstantnim strujama. Prvo se odredi struja kroz konturu(e) koju čine grane u kojima nema kondenzatora (ako takve konture postoje). Tako u mreži sa slike 6.3 je struja, prema referentnom smeru na slici,

$$I = \frac{E_1}{4R} = \frac{8}{16} = 0,5 A$$

Napon između priključaka kondenzatora C_1 (prema referentnom smeru označenom na slici 6.3) se može odrediti duž više putanja (za mreže sa vremenski konstantnim strujama napon (razlika potencijala) su kao i u elektrostatici, tj. ne zavise od putanje duž koje se računaju), na primer

$$U_{c_1} = RI + RI = 2RI = 4V \text{ duž grana levo na slici 6.3}^{36},$$

odnosno

$$U_{c_1} = -RI + E_1 - RI = -2RI + E_1 = 4V \text{ duž grana desno na slici 6.3.}$$

Na isti način

$$U_{c_2} = -RI + (-RI) - (-E_2) = E_2 - 2RI = 6V \text{ duž unutrašnje konture na slici 6.3,}$$

odnosno

$$U_{c_2} = RI + RI - (-E_2) - E_1 = 2RI + E_2 - E_1 = 6V \text{ duž spoljašnje konture na slici 6.3.}$$

Opterećenost kondenzatora C_1 je data relacijom (nije zadata vrednost C_1):

$$Q_{c_1} = C_1 U_{c_1}$$

6.2. Elektrostatske mreže

Elektrostatske (elektrostatičke) mreže su mreže u kojima ni kroz jednu granu nema struje³⁷, tj. svaka sadrži tako vezane kondenzatore. I i II KZ, u nešto modifikovanom obliku, važe i za ove mreže.

I KZ se primenjuje na pomerene (protekle) količine elektriciteta (q), slično strujama

$$\sum q = 0, \text{ ili } \sum q_{ul} = \sum q_{izl}, \text{ za čvorove}$$

Pravilo o predznacima za q kod sumiranja je isto kao kod I KZ za struje.

II KZ se primenjuje na krajnje količine elektriciteta (Q)

$$\sum E - \sum \frac{Q}{C} = 0, \text{ ili } \sum E = \sum \frac{Q}{C}, \text{ za nezavisne konture.}$$

Pored jednačina za I i II KZ, za svaki kondenzator potrebno je napisati i relaciju (6.1) uz odgovarajuće referentne smerove za krajnju, početnu i pomerenu opterećenost, tj

$$Q = q \pm Q_0$$

U jednačini za II KZ su ista kao pravila koja smo usvojili ranije, ako struju I zamenimo sa Q :

- za E se uzima predznak „+“ ako je referentni smer E isti kao smer orijentacije konture, u suprotnom se uzima „-“;
- za Q/C se uzima predznak „+“ ako se pri obilasku konture (u smeru orijentacije konture) prvo naiđe na kraj kondenzatora za koji je pretpostavljeno da je pozitivan („+“), tj. ako su smer konture i smer opterećenosti isti (pozitivna je ona elektroda kondenzatora ka kojoj je usmerena strelica za referentni smer opterećenosti), u suprotnom se uzima „-“;

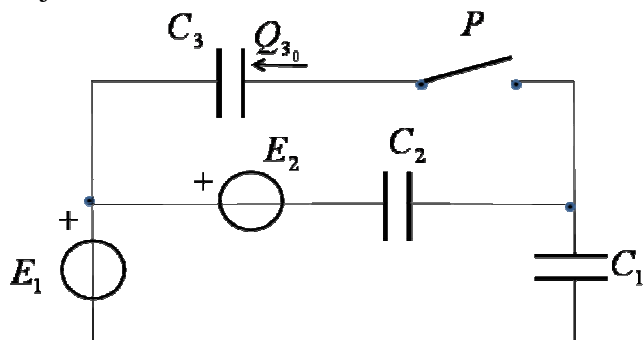
³⁶ Kroz otpornik ne teče struja, jer je u grani sa kondenzatorom (koji je prekid za vremenski konstantnu struju), pa je napon između njegovih krajeva jednak nuli. Po teoremi kompenzacije može se otpornik zameniti kratkom vezom.

³⁷ Elektrostatska mreža nemože da sadrži strujne generatore, jer to protivreči definiciji elektrostatske mreže.

Sistem jednačina za I i II KZ se mora dopuniti sa relacijom 6.1 za svaki kondenzator. Ilustrovaćemo primenu ovih zakona na jednom primeru.

Primer 6.1. Za elektrostatsku mrežu na slici 6.4a, gde je $E_1 = 18 \text{ V}$, $E_2 = 8 \text{ V}$, $Q_{30} = 20 \mu\text{C}$, $C_1 = 4 \mu\text{F}$, $C_2 = 6 \mu\text{F}$ i $C_3 = 10 \mu\text{F}$, odrediti opterećenosti kondenzatora i napone na kondenzatorima posle zatvaranja prekidača P.

Očigledno u ovom slučaju dolazi do promene stanja u kolu (pri promeni položaja prekidača), a pomerene količine elektriciteta su razlike krajnjeg (po zatvaranju prekidača) i početnog (pre zatvaranja prekidača) stanja. Prema tome potrebno je prvo odrediti opterećenosti kondenzatora kada je prekidač P otvoren (početno stanje, slika 6.4b), a zatim i kada je prekidač P zatvoren (krajnje stanje, slika 6.4c), pri čemu su početne opterećenosti kondenzatora u ovom slučaju opterećenosti kondenzatora u stanju kada je P otvoren.



Slika 6.4a. Primer elektrostatske mreže

Za slučaj kada je P otvoren (slika 6.4b), za odabrani smer obilaska konture i za odabrane referentne smerove za opterećenosti, I KZ je

$$q_1 = q_2 = q,$$

II KZ³⁸ je:

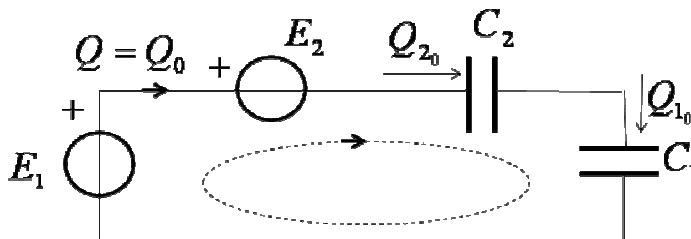
$$\frac{Q_{1o}}{C_1} + \frac{Q_{2o}}{C_2} = E_1 - E_2,$$

a relacija (6.1) za svaki kondenzator

$$Q_{1o} = q_1 = q = Q_o \quad \text{i} \quad Q_{2o} = q_2 = q = Q_o$$

čijim se rešavanjem dobija³⁹

$$Q_o = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} (E_1 - E_2) = 24 \mu\text{C}$$



Slika 6.4b. Elektrostatska mreža sa slike 6.4a kada je prekidač P otvoren

³⁸ Ovde smo krajnje opterećenosti u stanju kada je prekidač P otvoren obeležili sa indeksom "0" jer će to biti početne opterećenosti za stanje kada se prekidač P zatvori.

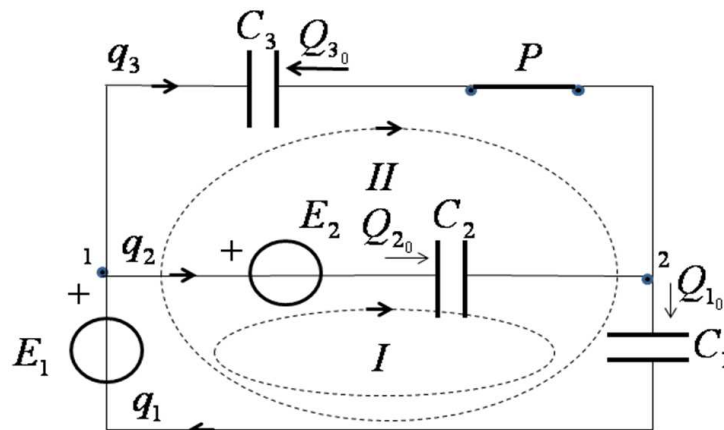
³⁹ U ovom slučaju se do opterećenosti može doći i svodenjem redne veze kondenzatora na jedan kondenzator, što se vidi i iz dobijene relacije za Q. Međutim, treba imati u vidu da zamena veze kondenzatora ekvivalentnim važi samo ako su kondenzatori (svi) bez početnog opterećenja, tj. prazni.

U situaciji kada je P zatvoren (slika 6.4c), za odabrane konture i referentne smerove za protekle količine elektriciteta, dobija se sledeći sistem jednačina

$$\begin{aligned} \text{čvor 1} \quad & q_1 = q_2 + q_3 \\ \text{I kontura} \quad & \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} = E_1 - E_2 \\ \text{II kontura} \quad & \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_3}{C_3} = E_1 \end{aligned}$$

uz veze (prema relaciji 6.1)

$$\begin{aligned} Q_1 &= q_1 + Q_{10} \\ Q_2 &= q_2 + Q_{20} \\ Q_3 &= q_3 - Q_{30} \end{aligned}$$



Slika 6.4c. Elektrostatska mreža sa slike 6.4a posle zatvaranja prekidača P

Posle zamene tih relacija u relacije za II KZ, sistem jednačina je

$$\begin{aligned} \text{čvor 1} \quad & q_1 = q_2 + q_3 \\ \text{I kontura} \quad & \frac{q_2 + Q_{20}}{C_2} + \frac{q_1 + Q_{10}}{C_1} = E_1 - E_2 \\ \text{II kontura} \quad & \frac{q_3 - Q_{30}}{C_3} + \frac{q_1 + Q_{10}}{C_1} = E_1 \end{aligned}$$

Posle zamene poznatih veličina i rešavanja, dobijaju se

$$q_1 = 28\mu\text{C}, \quad q_2 = -42\mu\text{C} \quad \text{i} \quad q_3 = 70\mu\text{C}$$

Na osnovu relacija koje povezuju krajnje, početne i protekle opterećenosti, dobija se

$$Q_1 = 52\mu\text{C}, \quad Q_2 = -18\mu\text{C} \quad \text{i} \quad Q_3 = 50\mu\text{C}$$

Za napone na priključcima kondenzatora, prema usvojenim referentnim smerovima, dobija se

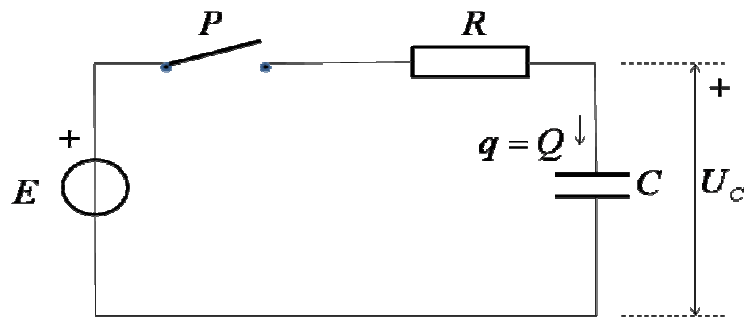
$$U_{c_1} = \frac{Q_1}{C_1} = 13\text{V}, \quad U_{c_2} = \frac{Q_2}{C_2} = -3\text{V} \quad \text{i} \quad U_{c_3} = \frac{Q_3}{C_3} = 5\text{V}$$

Napomena: U elektrostatskoj mreži nemogu postojati strujni generatori jer bi to protivrećilo definiciji elektrostatićke mreže. Ako postoje otpornici oni se po teoremi kompenzacije mogu zameniti kratkim vezama, jer kroz njih ne teće struja (napon između njihovih krajeva jednak je nuli).

6.3. Bilans energije u kolima sa kondenzatorima

Punjenje (opterećivanje) kondenzatora

Posmatramo kolo na slici 6.5. Posle dovoljno dugo vremena nakon zatvaranja prekidaća P, napon na krajevima kondenzatora postaje $U_c = E$ (nema više proticanja naelektrisanja, kondenzator je opterećen, tj. pun), a energija kondenzatora $W_c = \frac{CE^2}{2}$.



Slika 6.5. Priključivanje neopterećenog kondenzatora na naponski generator (opterećivanje kondenzatora)

Rad idealnog naponskog generatora (videti odeljak 4.1) je

$$A_g = A_E = QE = CE^2, \text{ jer je } Q = CU = CE$$

Po zakonu o održanju energije, energija generatora utrošena je na pretvaranje u toplotu na otporniku i na energiju sadržanu u kondenzatoru, pa važi

$$A_E = A_j + W_c$$

Imajući u vidu prethodne izraze za A_E i W_c , sledi da je rad pretvoren u toplotu

$$A_j = A_E - W_c = \frac{1}{2}CE^2 = \frac{1}{2}A_E$$

Dakle, u ovom slučaju se rad ING deli na dva jednaka dela, bez obzira na vrednost R, (jedan deo (pola) energije se akumulira u kondenzatoru (energija kondenzatora), a drugi deo (pola) na Džulove gubitke u otporniku).

Ako je kondenzator C, pre zatvaranja prekidaća P, bio opterećen sa Q_0 , tada je (slika 6.6), posle zatvaranja prekidaća:

$$A_g = A_E = A_j + \Delta W_c$$

gde je ΔW_c razlika energije kondenzatora posle i pre zatvaranja prekidaća (promene stanja), tj.

$$\Delta W_c = W_{C \text{ posle}} - W_{C \text{ pre}}$$

odnosno

$$A_g = A_E = A_j + W_{C \text{ posle}} - W_{C \text{ pre}} \quad (6.2)$$