ТРИГОНОМЕТРИЈСКЕ ЈЕДНАЧИНЕ И НЕЈЕДНАЧИНЕ

11. викенд

ТЕОРИЈСКИ УВОД

Тригонометријске и инверзне тригонометријске функције.

За оштре углове тригонометријске функције можемо дефинисати из правоуглог троугла. Користећи "тригонометријски круг" тригонометријске функције можемо дефинисати и за остале вредности из сегмента $[0, 2\pi]$. Ако још узмемо у обзир и да су sin и cos 2π периодичне функције, а tg и ctg π периодичне, ми имамо дефинисане ове функције на целом скупу $\mathbb{R}$, изузев тачака $k\pi + \frac{\pi}{2}$ за tg односно $k\pi$ за ctg.

Да бисмо дефинисали инверзне тригонометријске функције, морамо прво видети где је уопште то могуће. Наиме, инверзну функцију некој можемо дефинисати само у случају бијекција, а ниједна тригонометријска функција то није.

Посматрајмо прво функцију sin. Ова функција је растућа на сегменту $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, па је на том сегменту $1-1$. Слика тог сегмента је сегмент $[-1, 1]$, па је сада функција $\sin : \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \longrightarrow [-1, 1]$ бијекција, па постоји њој инверзна функција која се зове *arkussinus*, у ознаци arcsin. Домен ове функције је, дакле, сегмент $[-1, 1]$.

Слично дефинишемо и функцију инверзну косинусу, само ћемо cos посматрати тамо где је он инјекција. Договорно се посматра сегмент $[0, \pi]$. На исти начин се онда дефинише функција *arkuskosinus*, у ознаци arccos.

Функције *arkustangens* и *arkuskotangens* се дефинишу као инверзне функције тангенсу и котангенсу на интервалима $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ и $(0, \pi)$, редом. Домени ових функција су цео скуп реалних бројева. Њихове ознаке су arctg и arcctg.

Тригонометријске једначине.

Иако се угао може мерити и у степенима и у радијанима, једначине и неједначине се увек решавају у радијанима, то јест у "π-овима". Једначина $\sin x = a$ нема решења уколико је $a > 1$ или је $a < -1$. Ако је $-1 \leq a \leq 1$ онда ћемо обележити број a на y оси и нацртати праву која пролази кроз ту (обележену) тачку и пронаћи њене пресеке са кругом $x^2 + y^2 = 1$. Углавно ће их бити два (осим ако је $a = \pm 1$), један у десној, и други у левој полуравни. Угао који одговара пресеку у десној полуравни је $\arcsin a$. Тако наша једначина има два решења у основном интервалу. То су $\arcsin a$ и $\pi - \arcsin a$, а због 2π-периодичности сва решења су $\arcsin a + 2k\pi$ и $\pi - \arcsin a + 2k\pi$, где је k произвољан цео број. Сличо разматрање можемо поновити и у случају једначине $\cos x = a$ с тим што је сада једно решење у горњој полуравни, $(\arccos a)$, а друго у доњој. Из специфичних разлога сва решења једначине $\cos x = a$ лакше записујемо, то су бројеви $\pm \arccos a + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Неки пут је корисно знати решење једначине $\operatorname{tg} x = a$. Ова једначина увек има тачно једно решење у интервалу $(-\pi/2, \pi/2)$ и то је $x = \operatorname{arctg} a$. Међутим, тангенс је π-периодична функција, па су сва решења једначине $\operatorname{tg} x = a$ дата са $x = \operatorname{arctg} a + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. Обратите пажњу: π, а никако 2π периодична!

Остале једначине разним трансформацијама, сменама, итд. треба свести на неку од ових основних.

Посматраћемо и једну специфичну једначину, која се у некој форми појављује често на пријемним испитима. То је једначина $a \sin x + b \cos x = c$. Поступак за решавање ове једначине је следећи. Прво поделимо целу једначину са $\sqrt{a^2 + b^2}$. Добијамо једначину $\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} \sin x + \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} \cos x = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$. Коефицијенти уз $\sin x$ и $\cos x$ су такви да је збир њихових квдрата једнак 1, па је први од њих $\sin \alpha$, а други $\cos \alpha$, за неки број $\alpha \in [0, \pi]$, па једначина постаје $\cos(x - \alpha) = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$. Ова једначина има решење када је број са леве стране из сегмента $[-1, 1]$, односно када је $c^2 \leqslant a^2 + b^2$.

Тригонометријске неједначине

Решимо једну од основних неједначина, $\sin x > a$. Разликујемо три случаја. Први: ако је $a \geq 1$ тада једначина нема решења. Други: ако је $a < -1$ тада једначину задовољавају сви бројеви (углови). Трећи и најзанимљивији је случај када је $-1 \leqslant a < 1$. Тада се тачка M која одговара углу x мора налазити изнад праве $y = a$, а то ће рећи да се угао φ мора налазити између два решења одговарајуће једначине, односно $x \in (\arcsin a, \pi - \arcsin a)$. Додуше само када је x у основном интервалу. Када на све то додамо по $2k\pi$, решење ће бити $x \in \cup_{k\in\mathbb{Z}}(\arcsin a + 2k\pi, \pi - \arcsin a + 2l\pi)$. Код сличне, али не и исте неједначине $\sin x < a$ треба бити посебно опрезан. Тада тачка M мора бити испод праве $y = a$, али нема смисла записати $\pi - \arcsin a < x < \arcsin a$ јер је први број већи од другог! Спасоносно решење се сатоји у томе што углови "не памте колико су се пута обрнули око координатног почетка", то јест левој тачки сасвим комотно одговара и угао $-\pi - \arcsin a$, па коректно записана сва решења гласе: $x \in \cup_{k\in\mathbb{Z}}(-\pi - \arcsin a, \arcsin a)$. Слична разматрања могу се употребити и ако је у питању косинус уместо синуса.

Неједначина $a \sin x + b \cos x < c$ се решава слично као одогварајућа једначина. Уместо знака $<$ може бити било који знак неједнакости.

ЗАДАЦИ

Тригонометријске једначине.

601. Решење једначине $2\sin\frac{\pi x}{6}=\sqrt{3}$ које припада интервалу $(0,3)$ износи: $x=$

602. Решење једначине $\sqrt{2}\sin\frac{\pi x}{4}=1$ које припада интервалу $(2,6)$, износи: $x=$

603. Решење једначине $\sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{3}-2x\right)=1$ које припада интервалу $(4\pi,5\pi)$, износи: $x=$

604. Решења једначине $2\sin^2 x+(2-\sqrt{2})\sin x-\sqrt{2}=0$ су, за $k\in\mathbb{Z}$, дата условом:
А) $x=2k\pi-\frac{\pi}{2}$ **Б)** $x=2k\pi-\frac{\pi}{4}$ **В)** $x=2k\pi-\frac{\pi}{2}\ \vee\ x=2k\pi+\frac{\pi}{4}\ \vee\ x=2k\pi+\frac{3\pi}{4}$ **Г)**

605. Решења једначине $2\cos x\sin^2 x=\cos x$ су дата условом:
А) $x=k\pi+\frac{\pi}{4}\ \vee\ x=k\pi-\frac{\pi}{4},\ k\in\mathbb{Z}$ **Б)** $x=\frac{k\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}$
В) $x=k\pi+\frac{\pi}{4}\ \vee\ x=k\pi-\frac{\pi}{4}\ \vee\ x=k\pi+\frac{\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}$ **Г)**

606. Решења једначине $(2\sin x-3)\sin x=-1$ су дата условом:
А) $x\in\emptyset$ **Б)** $x=\frac{k\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}$ **В)** $x=2k\pi+\frac{\pi}{2}\ \vee\ x=2k\pi+\frac{\pi}{6}\ \vee\ x=2k\pi+\frac{5\pi}{6},\ k\in\mathbb{Z}$ **Г)**

607. Колико решења у интервалу $[0,2\pi]$ има једначина $\sin 2x=0$.
А) мање од 3; **Б)** 3; **В)** 4; **Г)** 5; **Д)** више од 5.

608. Колико решења у интервалу $[0,2\pi]$ има једначина $\cos(3x/2)=0$.
А) мање од 3; **Б)** 3; **В)** 4; **Г)** 5; **Д)** више од 5.

609. Колико решења у интервалу $[0,2\pi]$ има једначина $\operatorname{tg} x=\sin 2x$.
А) мање од 3; **Б)** 3; **В)** 4; **Г)** 5; **Д)** више од 5.

610. Колико решења у интервалу $[0,2\pi]$ има једначина $\operatorname{tg}(2x-5)=\operatorname{ctg}(x+1)$.
А) мање од 3; **Б)** 3; **В)** 4; **Г)** 5; **Д)** више од 5.

611. Колико решења у интервалу $[0,2\pi]$ има једначина $\sin 4x+\sqrt{3}\cos 4x=\sqrt{2}$.
А) мање од 3; **Б)** 3; **В)** 4; **Г)** 5; **Д)** више од 5.

612. Колико решења у интервалу $[0,2\pi]$ има једначина $\sin x-\cos x=1$.
А) мање од 3; **Б)** 3; **В)** 4; **Г)** 5; **Д)** више од 5.

613. Колико решења има једначина $\sin x+\cos x=3/2$ на сегменту $[0,\pi]$?
А) 0; **Б)** 1; **В)** 2; **Г)** 3; **Д)** више од 3.

614. Колико решења има једначина $2\sin x(\cos x+\sin x)=1$, у интервалу $[0,\pi/2]$.
А) 0; **Б)** 1; **В)** 2; **Г)** 3; **Д)** више од 3.

615. Одредити укупан број решења тригонометријске једначине $\frac{\operatorname{tg}3x}{\operatorname{tg}x}=0$ на сегменту $[0,2\pi]$.
А) мање од 3; **Б)** 3; **В)** 4; **Г)** 5; **Д)** више од 5.

616. Одредити број решења тригонометријске једначине $\cos x+\cos 2x+\cos 3x+\cos 4x=0$ на сегменту $[0,2\pi]$.
А) мање од 3; **Б)** 3; **В)** 4; **Г)** 5; **Д)** више од 5.

617. Наћи збир свих решења једначине $\cos 4x+6=7\cos 2x$ на интервалу $(0,20)$.
А) 14π; **Б)** 0; **В)** 21π; **Г)** 15π; **Д)** 28π.

618. Колико решења у интервалу $(0,2\pi)$ има једначина $\sin^2 x+\cos x+1=0$?
А) 0; **Б)** 1; **В)** 2; **Г)** 3; **Д)** више од 3.

619. Одредити колико решења има једначина $\frac{1+\operatorname{tg}x}{1-\operatorname{tg}x}=1+\sin 2x$, у интервалу $(-\pi/2,\pi/2)$,
А) 0; **Б)** 1; **В)** 2; **Г)** 3; **Д)** више од 3.

620. Одредити колико решења има једначина $2\sin(x+\pi/3)=\sqrt{1/2+\cos(\pi/6-x)}$ на сегменту $[0,2\pi]$.
А) 0; **Б)** 1; **В)** 2; **Г)** 3; **Д)** више од 3.

621. Израчунати збир решења једначине $\sin x + \cos x + |\sin x - \cos x| = 1$ у интервалу $[0, 2\pi]$.
А) 0; **Б)** $5\pi/6$; **В)** $5\pi/3$; **Г)** $5\pi/2$; **Д)** 3π.

622. Одредити за које вредности реалног параметра m једначина $\sin^4 x - 2\cos^2 x + m^2 = 0$ има бар једно решење.
А) $m \in \mathbb{R}$; **Б)** $m \in (-\infty, -\sqrt{3}]$; **В)** $m \in (-\infty, \sqrt{3}]$; **Г)** $m \in [-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$; **Д)** $m \in [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$.

623. Одредити колико решења има једначина $\cos^2(x+\alpha) - \cos^2(x-\alpha) = \sin 2\alpha$ у интервалу $(0, 2\pi)$, ако је α оштар угао.
А) 0; **Б)** 1; **В)** 2; **Г)** 3; **Д)** више од 3.

624. Одредити колико решења има једначина $2^{1+2\cos 6x} + 16^{\sin^2 3x} = 9$, на сегменту $[0, 2\pi]$.
А) мање од 3; **Б)** 3; **В)** 4; **Г)** 5; **Д)** више од 5.

625. Колико решења има једначина $(\cos 2x)^{2\cos 3x + 4\cos x - 1} = (\cos 2x)^{-1}$ у $[0, \pi/4]$?
А) 0; **Б)** 1; **В)** 2; **Г)** 3; **Д)** више од 3.

626. Колико решења има једначина $2\cos^2 \frac{x^2+x}{3} = 3^x + 3^{-x}$?
А) 0; **Б)** 1; **В)** 2; **Г)** 3; **Д)** више од 3.

627. Колико је бројева $\alpha \in [0, 2\pi)$, тако да су $\cos\alpha$ и $\sin\alpha$ решења једначине $x^2 + mx + 2n^2 = 0$, где су m и n цели бројеви?
А) мање од 3; **Б)** 3; **В)** 4; **Г)** 5; **Д)** више од 5.

628. За које вредности реалног параметра a једначина $\sin^8 x + \cos^8 x = a$ има реалних решења?
А) $a \in [0, 1]$; **Б)** $a \in [-1, 1]$; **В)** $a = 1$; **Г)** $a \in [1/4, 1]$; **Д)** $a \in [1/8, 1]$.

629. Какав однос између бројева a, b и c треба да важи да би једначина $a\sin x + b\cos x = c$ имала реалних решења?
А) $a < b < c$; **Б)** $a \leqslant b < c$; **В)** $a + b \leqslant c$; **Г)** $a^2 + b^2 \leqslant c^2$; **Д)** $a^2 + b^2 \geq c^2$.

630. Укупан број решења једначине $\sin^2 x + \sin^2 2x = 1$ на интервалу $(0, 2\pi)$ једнак је:
А) 2; **Б)** 3; **В)** 4; **Г)** 5; **Д)** 6.

631. Укупан број решења једначине $(\cos x)^{\sin^2 x - \frac{3}{2}\sin x + \frac{1}{2}} = 1$ на интервалу $\left[0, \dfrac{\pi}{2}\right)$ је:
А) 0; **Б)** 1; **В)** 2; **Г)** 3; **Д)** 4.

632. Решења једначине $4\cos^2\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right) = 2 - \sqrt{2}$ која задовољавају услов $|x| < \pi$ има:
А) 1; **Б)** 2; **В)** 3; **Г)** 4; **Д)** 5.

633. Број решења једначине $\cos 2x = \sin x$ у интервалу $[0, 2\pi]$ је:
А) 0; **Б)** 1; **В)** 2; **Г)** 3; **Д)** 4.

634. Број решења једначине $\cos\left(\dfrac{\pi}{4} - 2x\right) + \sin\left(\dfrac{3\pi}{4} + 2x\right) = \sqrt{2}$ која задовољавају услов $|x| < 2\pi$ је:
А) 1; **Б)** 2; **В)** 3; **Г)** 4; **Д)** 5.

635. Збир свих решења једначине $6\sin x + 6\cos 2x = \sin 2x \cos x + 6\cos^2 x$ која припадају одсечку $\left[-\dfrac{3\pi}{2}, \pi\right]$ је:
А) $-\pi$; **Б)** 0; **В)** $\dfrac{\pi}{2}$; **Г)** $\dfrac{3\pi}{2}$; **Д)** 2π.

636. Колико решења има једначина $\log_{\frac{x+6-x^2}{4}}\left(1 + \cos^2\dfrac{\pi x}{2}\right) = \log_{\frac{x+6-x^2}{4}}\left(-\sin\dfrac{\pi x}{2}\sin\dfrac{3\pi x}{2}\right)$?
А) Више од 3; **Б)** 3; **В)** 0; **Г)** 1; **Д)** 2.

637. Број решења једначине $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{\sin^2 x - \cos^2 x} + \left(\dfrac{2}{3}\right)^{\cos 2x} = \dfrac{13}{6}$ у интервалу $(-100, 101)$ је:
А) 127; **Б)** 63; **В)** 126; **Г)** 128; **Д)** 64.

638. Број решења једначине $\log_{\sin x}\cos x + \log_{\cos x}\sin x = \dfrac{5}{2}$ на сегменту $[0, 2\pi]$ је:
А) 0; **Б)** 1; **В)** 2; **Г)** 3; **Д)** Већи од 3.

639. Број решења једначине $x^2 + x + 1 = \cos x$ је:
А) 0; **Б)** 1; **В)** 2; **Г)** 3; **Д)** Више од 3.

Инверзне тригонометријске функције. Тригонометријске неједначине.

640. На интервалу $[0, 2\pi]$, скуп решења неједначине $\sin^2 x - 4\sin x + 3 < 0$ је:
А) $\emptyset$ **Б)** $(0, \pi)$ **В)** $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right)$ **Г)**

641. Скуп решења неједначине $\sin^4 x + \cos^4 x \leqslant \frac{3}{4}$ је описан условом:
А) $\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \leqslant x \leqslant \frac{3\pi}{8} + \frac{k\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z}$ **Б)** $\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \leqslant x \leqslant \frac{3\pi}{4} + \frac{k\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z}$
В) $\frac{\pi}{2} + \frac{k\pi}{2} \leqslant x \leqslant \frac{3\pi}{2} + \frac{k\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z}$ **Г)**

642. Скуп решења неједначине $\left|2\sin\frac{x}{6}\right| < 1$ је:
А) $\emptyset$ **Б)** унија скупова $((6k-1)\pi, (6k+1)\pi),\ k \in \mathbb{Z}$ **В)** $(\pi, 2\pi)$ **Г)**

643. Колико је $\sin(\arccos(\sqrt{3}/2) + \arcsin(\sqrt{3}/2))$?
А) -1; **Б)** $\sqrt{3}/2$; **В)** $1/2$; **Г)** 1; **Д)** 0.

644. Израчунати $\cos(\operatorname{arctg} 1 + \operatorname{arcctg} 1)$.
А) 0; **Б)** 1; **В)** -1; **Г)** $1/2$; **Д)** 2.

645. Израчунати $\sin(\arcsin(3/5) + \arcsin(8/17))$.
А) $17/5$; **Б)** $77/85$; **В)** $48/85$; **Г)** $\pm 3/5$; **Д)** $13/85$.

646. Израчунати $\operatorname{arctg}(1/7) + 2\operatorname{arctg}(1/3)$.
А) $\pi/4 + 2k\pi$; **Б)** $\pi/4$; **В)** $\pi/2$; **Г)** 1; **Д)** $\pi/4 + k\pi$.

647. Израчуанти $\operatorname{ctg}(2\arcsin(2/3))$.
А) $2/\sqrt{5}$; **Б)** $4\sqrt{5}/9$; **В)** $\sqrt{5}/20$; **Г)** $4\sqrt{5}$; **Д)** $+\infty$.

648. Одредити скуп оних решења неједначине $\cos 2x > \sin 2x$ која се налазе у интервалу $[0, 2\pi]$.
А) $[0, \pi/4) \cup (7\pi/4, 2\pi]$; **Б)** $[0, \pi/4) \cup (5\pi/4, 2\pi]$; **В)** $[0, \pi/8) \cup (5\pi/8, 9\pi/8) \cup (15\pi/8, 2\pi]$;
Г) $(0, \pi/4) \cup (5\pi/4, 2\pi)$; **Д)** $[0, \pi/8) \cup (5\pi/8, 9\pi/8) \cup (13\pi/8, 2\pi]$.

649. Нека је x оштар угао. Одредити скуп решења неједначине $\sin 2x > \cos x$.
А) $(\pi/6, 5\pi/6)$; **Б)** $(\pi/6, \pi/2) \cup (5\pi/6, \pi)$; **В)** $(\pi/6, \pi/2)$; **Г)** $(\pi/6, \pi/2]$; **Д)** $(\pi/6, \pi/3)$.

650. Шта је решење неједначине $\operatorname{tg}^3 x + \operatorname{tg}^2 x > 1 + \operatorname{tg} x$?
А) $\pi/4 + k\pi < x < \pi/2 + k\pi$; **Б)** $\pi/4 + k\pi < x < 5\pi/4 + k\pi$; **В)** $\pi/4 + k\pi < x < 3\pi/4 + k\pi$;
Г) $\pi/4 + 2k\pi < x < 5\pi/4 + 2k\pi$; **Д)** $\pi/4 + 2k\pi < x < \pi/2 + 2k\pi$.

651. Решити неједначину $\cos^3 x \cos 3x - \sin^3 x \sin 3x > 5/8$.
А) $(6k-1)\pi/3 < x < (6k+1)\pi/3$; **Б)** $(6k-1)\pi/6 < x < (6k+5)\pi/6$;
В) $(6k-1)\pi/12 < x < (6k+1)\pi/12$; **Г)** $(6k+1)\pi/12 < x < (6k+7)\pi/12$;
Д) $(6k+1)\pi/6 < x < (6k-1)\pi/6$.

652. Нека је x оштар угао. Одредити скуп решења неједначине $\sin x + \sqrt{3}\cos x > \sqrt{3}$.
А) $(0, 1)$; **Б)** $(0, \pi/3)$; **В)** $(\pi/3, \pi)$; **Г)** $(0, \arccos\sqrt{3})$; **Д)** $(0, \arcsin\sqrt{3})$.

653. Решити неједначину $5\sin^2 x + \sin^2 2x > 4\cos 2x$.
А) $(6k+1)\pi/6 < x < (6k+5)\pi/6$; **Б)** $(6k-1)\pi/12 < x < (6k+5)\pi/12$;
В) $(6k-1)\pi/6 < x < (6k+5)\pi/6$; **Г)** $(6k-5)\pi/6 < x < (6k+5)\pi/6$;
Д) $(6k+1)\pi/12 < x < (6k-5)\pi/12$.

654. Одредити колико решења има неједначина $|\sin x| + |\cos x| \leqslant 1$ у сегменту $[0, \pi]$.
А) бесконачно много; **Б)** три; **В)** два; **Г)** једно; **Д)** ниједно

655. Одредити скуп свих заједничких решења неједначина $\frac{\sqrt{3}}{3}\sin \pi x + \cos \pi x > 1,\ 0 < x < 1/2$.
А) $(0, 1/2)$; **Б)** $(0, 1/3)$; **В)** $(0, \pi/3)$; **Г)** $(\pi/6, 1/2)$; **Д)** нема заједничких решења.

656. Шта је решење неједначине $\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x} > 1$?
А) $x = \pi/4$; **Б)** $\pi/6 + 2k\pi < x < \pi/3 + 2k\pi$; **В)** неједначина је увек задовољена;
Г) $2k\pi < x < \pi/2 + 2k\pi$; **Д)** $-\pi/2 + 2k\pi < x < \pi + 2k\pi$ и $\pi + 2k\pi < x < 3\pi/2 + 2k\pi$.

657. Решити неједначину $(1+2\cos x)^{0,5} \leqslant \sin x$.

А) $\pi/2+2k\pi \leqslant x \leqslant 2\pi/3+2k\pi$; **Б)** $\pi/2+2k\pi \leqslant x \leqslant 2\pi/3+2k\pi$ и $4\pi/3+2k\pi \leqslant x \leqslant 3\pi/2+2k\pi$;
В) $\pi/2+2k\pi \leqslant x \leqslant 3\pi/2+2k\pi$; **Г)** $\pi/2+2k\pi \leqslant x \leqslant \pi+2k\pi$;
Д) $\pi/2+2k\pi \leqslant x \leqslant 2\pi/3+2k\pi$ и $3\pi/2+2k\pi \leqslant x \leqslant 5\pi/3+2k\pi$.

658. Шта је скуп решења неједначине $2\sin^2 x+\sqrt{3}\sin x-3>0$ из интервала $[0,2\pi)$?

А) $(-\arcsin\sqrt{3}, \pi/3$; **Б)** $[0,\pi/3)\cup(2\pi/3,2\pi)$; **В)** $(\pi/3,2\pi/3)$; **Г)** $[0,\pi)$;
Д) $(\arcsin\frac{3-\sqrt{3}}{4}, \arcsin\frac{3+\sqrt{3}}{4})$.

659. Нека је S скуп свих бројева x за које важи $\log_{\operatorname{tg} x}\sin x-\log_{\operatorname{ctg} x}\cos x \geqslant 3$ и $0 \leqslant x \leqslant 2\pi$. Тада је за неке бројеве a,b,c $(a<b<c)$ скуп S облика:

А) $[a,b]$; **Б)** $[a,b)\cup(b,c]$; **В)** $[a,b)$; **Г)** (a,b); **Д)** $(a,b)\cup(b,c)$.

660. Скуп решења неједначине $\cos 2x>\cos x$ у интервалу $[0,2\pi)$ је:

А) $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)\cup\left(\frac{4\pi}{3},2\pi\right)$; **Б)** $\left(\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{3}\right)$; **В)** $\left(0,\frac{\pi}{3}\right)\cup\left(\frac{5\pi}{3},2\pi\right)$; **Г)** $\left(0,\frac{2\pi}{3}\right)$; **Д)** $\left(\frac{2\pi}{3},\frac{4\pi}{3}\right)$.