

Zadatak 1.

a) Odredi svejstvene vrijednosti i svojstvene funkcije Sturm-Liouvilleovog (SL) problema

$$y''(x) + \lambda y(x) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1$$

uz granične uslove $y(0) = 0$ i $y'(1) = 0$.

b) Odrediti razvoj funkcije $f(x) = x$ u red po dobijenim svojstvenim funkcijama na $0 \leq x \leq 1$

c) Ukoliko početni uslov promijenimo tako da bude $y(0) = 0$ i $y'(1) = -y(1)$, koliko ima svojstvenih vrijednosti λ manjih od 50 takoda dobijeni SL problem?

Zadatak 2.

Neka su Φ i Ψ Harrova funkcija skaliranja i waveleta, V_j i W_j generisani sa $\Phi_{j,k}$ i $\Psi_{j,k}$ i neka je funkcija $f \in V_2$ data sa:

$$f(x) = \begin{cases} 5, & 0 \leq x < 1/4, \\ -1, & 1/4 \leq x < 1/2, \\ 2, & 1/2 \leq x < 1, \\ 1, & 1 \leq x < 3/2, \\ 0, & \text{inače.} \end{cases}$$

- Odrediti f preko baze prostora V_2 ,
- Odrediti dekompoziciju funkcije f u wavelet red na komponente iz prostora V_0 , W_0 i W_1 .

Zadatak 3.

Riječiti diferencijalnu jednačinu

$$(xy'(x))' + y(x)/x = 1/x, \quad 1 \leq x < e \text{ uz granične uslove } y(1) = 0 = y(e)$$

Zadatak 4.

Posmatrajmo regularni Sturm-Liouvilleov problem

$$-(xy')' = (\lambda/x)y, \quad 1 < y < e, \quad y(1) = 0, \quad y'(e) = 0.$$

- Naći sv. vrijednosti i svojstvene funkcije ovog problema.
- Napisati razvoj konstante funkcije $f(x) \equiv 1$ u vidu reda po svojstvenim funkcijama ovom problema.
- Diskutovati konvergenciju reda dobijenog pod b)
- Koristeći b) i c) izracunati $1 + 1/3 - 1/5 - 1/7 + 1/9 + 1/11 - 1/13 + 1/17 + \dots$