Kako da (ne) padnete na pismenom ispitu iz predmeta Osnovi geometrije*

Predrag Janičić   Srdjan Vukmirović

Beograd, 1998

*Ovaj tekst pisan je krajnje dobronamerno i bez namere da bilo koga uvredi. U njemu su predstavljene neke od najčešćih grešaka u rešenjima geometrijskih zadataka (od kojih smo neke i sami činili). Nadamo se da će pomoći da polože pismeni ispit iz predmeta Osnovi geometrije svima koji žele da polože i ... naravno, da će pomoći da padnu svima koji žele da padnu.

Sadržaj

1 Uvod

Ukoliko želite da padnete na pismenom ispitu iz predmeta *Osnovi geometrije*, to možete da uradite na mnogo različitih načina. Čak i potpunim početnicima očigledne su neke metode: ne posećivati predavanja i vežbe, ne pročitati ni jedan udžbenik, zbirku ili beleške iz geometrije ili na pismenom ispitu predati prazan papir. To je očigledno. U ovom tekstu predstavićemo suptilnije metode za padanje prikupljene tokom godina.

Svesni smo da ovaj tekst ne može da pokrije nepregledna i neistražena prostranstva originalnih metoda i tehnika za padanje, ali, nadamo se da će, bar u izvesnoj meri, pomoći svima koji žele da padnu (na pismenim ispitima iz Osnova geometrije, u proseku više od trećine studenata ne uspe da padne).

2 Opšte metode

Na pismenom ispitu iz Osnova geometrije, prvi zadatak je iz oblasti planimetrije, drugi iz konstruktivne geometrije, treći iz stereometrije i četvrti iz hiperboličke ili iz apsolutne geometrije. U ovom delu teksta predstavićemo metode za padanje primenljive na sve ove grupe zadataka. Čitaocu prepuštamo razvijanje varijacija prilagodjenih specifičnostima oblasti iz koje je zadatak.

2.1 Metoda pogrešne distribucije

Tačno rešenje zadatka na pismenom ispitu donosi ocenu A, a netačno ocenu E. Time su odredjene i ostale ocene: B za tri četvrtine rešenja, C za polovinu rešenja i D za četvrtinu rešenja. Postoje i medjuocene: $A-$, $B-$, $C-$ i $D-$. Da biste položili pismeni ispit potrebno je da imate bar $\{A-, B-, C-\}$ ili $\{A-, A-\}$ (na bilo koja tri, odnosno dva zadatka). Ako želite da padnete, možete da rešavate sva četiri zadatka, ali tako da ne dostignete navedene kritične granice.

2.2 Metoda pogrešne discipline

Na kursu Osnovi geometrije izučava se klasična, sintetička geometrija i u teoremama i zadacima se mogu koristiti samo tehnike koje odgovaraju takvom zasnivanju. Ukoliko želite da padnete na pismenom ispitu, iskoristite prethodnu činjenicu i svoje rešenje zasnujte na znanju iz neke druge matematičke discipline. Primena znanja iz trigonometrije ili iz analitičke geometrije (uz obavezno korišćenje transformacija koordinata ili krivih drugog reda) je očigledna podmetoda, ali već suviše eksploatisan. Budite originalni – svoje rešenje zasnujte na nekim još neočekivanijim tehnikama.

Ukoliko ste primenili navedenu metodu, ali želite da se dodatno obezbedite od neželjenog prolaska, potrudite se da rešenje bude neprihvatljivo i u oblasti koju ste koristili (i u svakoj drugoj). Tako će uspeh biti zagarantovan.

2.3 Metoda SLUČAJ SPECIALIS

Geometrijski dokazi su, po pravilu, deduktivni i pritom moraju da pokriju sve moguće slučajeve. Ukoliko želite da padnete, rešite zadatak samo u specijalnom slučaju koji je mere nula u skupu svih slučajeva. Da biste svom padu dâli prepoznatljiv ton, zadatak za taj slučaj uradite besprekorno i minuciozno na velikom broju strana (ne brinite – i dalje je to rešenje mere nula). Čisto stilski, preporučljivo je takvo rešenje početi sintagmom: "Ne narušavajući opštost razmatranja, pretpostavimo da važi ..." ili sličnom.

Primer 1. "Za proizvoljne četiri tačke A, B, C, D, dokazati da važi ..."

Rešenje: "Ne narušavajući opštost razmatranja, pretpostavimo da su tačke A, B, C i D harmonijski spregnute..."

Primer 2. "Dokazati da za proizvoljan šestougao važi..."

Rešenje: "Ramotrimo najnepovoljniji slučaj – pretpostavimo da je šestougao pravilan..."

2.4 Metoda TRIVIALIS

Postoje (i) u geometriji usputna tvrdjenja čiji su dokazi trivijalni. Tim dokazima ne treba poklanjati posebnu pažnju, ali ako se ne razlikuje trivijalno od netrivijalnog, onda postoji mogućnost da se celo rešenje oslanja na tvrdjenja koja su pogrešno proglašena za trivijalna. Ako hoćete da vam rešenje ne bude priznato, insistirajte na tome da vam je sve trivijalno. Ako mislite da bi bilo preterano da tvrdite da je sâmo tvrdjenje zadatka trivijalno, moguća je sledeća varijacija: za dati zadatak formulišite tvrdjenje koje mu je (neposredno) ekvivalentno ili jače, proglasite to tvrdjenje trivijalnim, ispišite nekoliko stanica raznoraznih razmatranja i na kraju zaključite da važi tvrdjenje zadatka.

Primer 1: "Dokazati da većoj ivici trougla odgovara veći unutrašnji ugao."

Rešenje: "Trivijalno se dokazuje da većem unutrašnjem uglu trougla odgovara veća ivica trougla. Odatle neposredno sledi da većoj ivici trougla odgovara veći unutrašnji ugao, što je i trebalo dokazati."

Primer 2: "Dokazati Pitagorinu teoremu."

Rešenje: "Trivijalno je da važi uopštenje Pitagorine teoreme u n-dimenzionom euklidskom prostoru. Odatle sledi da Pitagorina teorema važi i u euklidskoj ravni, što je i trebalo dokazati."

Primer 3: "Dokazati peti Euklidov postulat (u euklidskoj geometriji)."

Rešenje: "Kako u euklidskoj geometriji prava upravna na jednom kraku oštrog ugla seče drugi krak, sledi ... pa važi peti Euklidov postulat, što je i trebalo dokazati."

2.5 Metoda NEFORMALIS

Geometrija je formalna disciplina, pa su u njoj samo formalni dokazi prihvatljivi. Oslonite se na svoju neformalnu intuiciju, zanemarite geometrijske aksime i teoreme i neformalnim argumentima objasnite zašto važi tvrdjenje zadatka. Budite bez brige – takvo rešenje sigurno ne prolazi, bez obzira na to da li vam je intuicija bila ispravna.

Primer: "... Dokazati da tačka P pripada krugu k takvom da ..."

Rešenje: "Tačke P pripada krugu k, jer, ako pomeramo tačku A po pravoj a, onda se tačka B pomera po ..."

2.6 Metoda pogrešnih slučajeva

U mnogim geometrijskim problemima lakše je (ponekad i jedino moguće) doći do rešenja razmatrajući nekoliko relevatnih slučajeva. Medjutim, ukoliko se dokaz razdvoji na slučajeve koji nisu relevantni ili ne iscrpljuju prostor svih mogućnosti, to je dobar put da takav pokušaj dokaza ne uspe.

Primer: "Odrediti skup tačaka ravni za koje je odnos rastojanja od datih tačaka A i B jednak odnosu datih duži m i n."

Rešenje: "Razmatramo sledeća tri slučaja:
– $AB < m$;
– $AB = m$;
– $AB > n$."

2.7 Metoda "zanemarimo sitnice"

Zanimljivi rezultati mogu se postići i "sitnim" nepreciznostima, na primer, neproveravanjem "nevažnog" uslova teoreme koja se primenjuje. Ovu metodu ilustruju primeri dati u poglavlju 3.1.

2.8 Metoda "vidi se sa slike!"

Geomtrijski dokazi su formalni i ne mogu se oslanjati na slike. Slika (kao gruba ilustracija jednog modela geometrije) može da nam pomogne u razmišljanju, ali ne može da bude deo dokaza ili da ga zameni. Pozivanjem na sliku na odličnom ste putu da potpuno upropastite svoje rešenje.

Primer: "Dokazati da se težišne duži trougla seku u tački koja pripada unutrašnjosti tog trougla."

Rešenje: "Označimo tačke kao na slici. Sa slike se vidi koji rasporedi važe, pa tačka P pripada unutrašnjosti trougla $\triangle ABC$, što je i trebalo dokazati."

2.9 Metoda "Enigma"

U rešenjima geometrijskih zadataka ne sme da bude dvosmislenosti ili nedorečenosti. Ako se u rešenju koriste figure koje nisu definisane u postavci zadatka, onda je potrebno jasno navesti koja su njihova svojstva; dokazati da takve figure postoje i (eventualno) dokazati neka druga njihova svojstva. Ukoliko to ne navedete, čitaocu vašeg rešenja prepušta se da pogadja šta ste pretpostavili, a šta dokazujete. Takvo rešenje nije ispravno (čak i ako poneki čitaoc pogodi vaše skrivene misli).

2.10 Metoda pretpostavljenog rešenja

Evo nekih načina da (zlo)upotrebite logiku za ostvarenje vašeg cilja:

Primer 1: Dokazati da relacija (*) važi ako su tačke A, B i C kolinearne.

Rešenje: Pretpostavimo da važi relacija (*). Tada ... (sledi podužì dokaz) ... pa su tačke A, B i C kolinearne. Dakle, pretpostavka (*) je bila tačna, pa ona važi ako su tačke A, B i C kolinearne, što je i trebalo dokazati.

Primer 2: ... dokazati da onda važi $AB \perp CD$.

Rešenje: Pretpostavimo da važi $AB \perp CD$. Odatle sledi ..., odakle konačno dobijamo da je zbir uglova u trouglu $\triangle PQR$ jednak zbiru dva prava ugla, što je tačno, pa je tačna i polazna pretpostavka, tj. $AB \perp CD$, što je i trebalo dokazati.

Primer 3: Dokazati da su dve ekvidistante podudarne ako su im visine podudarne.

Rešenje: Neka su e i e' ekvidistante jednake visine d. Neka je $\bar{e}$ ekvidistaneta koja je podudarna ekvidistanti e. Zbog podudarnosti ona takodje ima visinu d. Kako ekvidistante e' i $\bar{e}$ imaju istu visinu d one su podudarne, pa su zbog $e \cong \bar{e}$ i $\bar{e} \cong e'$ i ekvidistante e i e' podudarne, što je i trebalo dokazati.

3 Specifične metode

3.1 Planimetrijski zadatak

Pri rešavanju planimetrijskog zadatka možete koristiti bilo koju od navedenih opštih metoda. Ilustrovaćemo kako se u planimetriji koristi opšta metoda opisana u poglavlju 2.7 (i kako se usput ruši čitava matematika sem Peanove aritmetike i teorije skupova).

Primer: Odrediti broj središta proizvoljne duži BC.

Rešenje: Neka je trougao ABC jednakokraki ($AB \cong AC$) i X proizvoljna tačka duži BC ($\mathcal{B}(B, X, C)$). Trougao $\triangle ABC$ je jednakokraki, pa na osnovu poznate teoreme važi $\angle ABC \cong \angle ACB$. Pored toga, važi $AB \cong AC$ i $AX \cong AX$, pa su trouglovi ABX i ACX podudarni na osnovu četvrtog stava o podudarnosti trouglova. Dakle $\mathcal{B}(B, X, C)$ i $BX \cong CX$, pa je tačka X središte duži BC. Kako je tačka X izabrana proizvoljno, sledi da su sve tačke duži BC njena središta, pa duž BC ima beskonačno mnogo središta.

Slično, možete koristiti teoremu o podudarnosti uglova nad istom tetivom kruga bez provere da su temena uglova sa iste strana tetive da biste dokazali da je oštar ugao podudaran tupom.

Isti rezultat se može dobiti korišćenjem teoreme o podudarnosti uglova sa normalnim kracima uz izostavljanje nekih “nevažnih” detalja.

3.2 Konstruktivni zadatak

Konstruktivni problemi, kao deo geometrije, zbog logičke rigoroznosti neophodne za njihovo ispravno rešavanje, izučavani su sa posebnom pažnjom još na Platonovoj Akademiji. Još od tog vremena, rešenje konstruktivnog zadatka ima sledeće četiri komponente: analizu, konstrukciju, dokaz i diskusiju. Svaka od njih ima svoje važno mesto u rešenju i na pismenom ispitu iz Osnova geometrije one obično nose jednak broj poena. Tako, na primer, ispravna analiza i konstrukcija bez dokaza i diskusije nose ocenu C.

Rešavanje konstruktivnih zadataka zahteva veliku logičku, ali i jezičku preciznost. Ona, sama po sebi, ne može da učini rešenje tačnim, ali pored veće vrednosti rešenja koju pruža, ona i pravilno usmerava tok misli kako onog koji piše, tako i onog koji čita rešenje.

3.2.1 Analiza

Generalno, u analizi se polazi od pretpostavke da neki geometrijska figura zadovoljava uslove zadatka (uslove $\mathcal{A}$) i dokazuje da onda važe svojstva $\mathcal{B}$ koja omogućavaju konstrukciju. Analiza je ispravna samo ako sadrži (dokazane) sve implikacije koje omogućavaju potpunu konstrukciju. Npr. ako je potrebno konstruisati trougao $\triangle ABC$ koji zadovoljava neka svojstva, onda analiza mora da sadrži dokazana svojstva koja važe za tačku A, za tačku B i za tačku C i koja omogućavaju efektivnu konstrukciju ovih tačaka.

3.2.2 Konstrukcija

Konstrukcija se zasniva na analizi, odnosno na svojstvima $\mathcal{B}$ koja su u njoj dokazana. Ukoliko je analiza uradjena dovoljno precizno, onda su svi koraci konstrukcije u neposrednoj vezi sa tvrdjenjima analize, s tim što se u analizi pretpostavlja da neka figura zadovoljava svojstva zadatka i u okviru analize se ništa ne konstruiše (npr. ukoliko se u analizi koristi neka "pomoćna" tačka P, ne kažemo "... konstruišimo tačku P koja je ...", već npr. "... neka je tačka P takva da ..."); konstrukcija je, medjutim, konstruktivni proces i jedini način da u njoj koristimo neku (pomoćnu) figuru jeste da je najpre konstruišemo (i tada kažemo "...konstruišimo figuru ...").

Priroda konstrukcije je formalna i ona je, zapravo opis procedure tj. skup formalnih, apstraktnih koraka (zanovanih na korišćenju apstraktnih instrumenata *lenjir* i *šestar*), a ne slika koju možemo dobiti na papiru korišćenjem lenjira i šestara. Takva slika može da nam olakša razumevanje opisa konstrukcije, ali nikako ne može da je zameni. Takva slika može da bude izostavljena u rešenju, ali ako je izostavljen opis konstrukcije, onda je to dobar put da se upropasti celo rešenje (jer onda ni dokaz nema smisla).

U konstrukciji možete najlakše da pokažete kako niste shvatili da su geometrijski objekti apstraktni entiteti koji zadovoljavaju aksiome geometrije, nego da mislite da su oni zaista tragovi grafita na papiru. Možete se praviti da mislite kako su lenjir i šestar kojima konstruišete baš oni koje držite u rukama, a da su prave koje crtate na papiru jednodimenzione.

Konstrukcija može biti dodatno obogaćena sledećim terminološkim rešenjima: "povucimo pravu", "povučimo duž", "nanesimo duž", "opišimo krug oko trougla", "spustimo normalu", "podignimo normalu", "formirajmo krug", "konstruišimo kružnicu", "uhvatimo u otvor šestara", "zabodimo oštri vrh šestara u tačku", "zarotirajmo trougao $\triangle ABC$ u smeru kazaljke na časovniku", "označimo sa B tačku koja je gore/dole/iznad/ispod/levo/desno [od] tačke A" ...

3.2.3 Dokaz

U ovom delu rešenja, potrebno je dokazati da, ako je neka figura konstruisana na osnovu datog opisa (tj. ako ona zadovoljava uslove $\mathcal{B}$), onda ona zadovoljava uslove zadatka (tj. uslove $\mathcal{A}$). Dokaz u okviru konstruktivnog zadatka je jedno od mesta na kojem se prave najčešće greške, a neke od standardnih su:

– pogrešno postavljeni cilj; česta greška se sastoji u nepotrebnom dokazivanju nepotrebnih činjenica, pri čemu se preskače ono što je neophodno: dokaz da konstruisana figura zadovoljava svojstva zadata samom postavkom zadatka;

– pogrešno pozivanje na analizu ("dokaz je analogan analizi"); analiza i dokaz predstavljaju, u osnovi, dva smera jedne ekvivalencije i po pravilu se suštinski razlikuju, pa gotovo nikad (ili doslovno nikad) ne mogu da budu analogni.

– pogrešno pozivanje na "veliki zadatak" ("... na osnovu 'velikog zadatka' je $PP_a = b - c$"); jedna od najčešćih grešaka na pismenim ispitima; npr. da bismo mogli da primenimo tvrdjenje $PP_a = b-c$ iz "velikog zadatka", moramo najpre da utvrdimo da su tačke P i P_a dobijene u konstrukciji zaista tačke dodira prave BC i upisanog kruga trougla $\triangle ABC$, odnosno spolja upisanog kruga koji odgovara temenu A (što važi za tako označene tačke u velikom zadatku).

Na osnovu navedenog, izvodi se dokaz koji je kratak, ali sigurno pali: "Dokaz sledi iz analize, konstrukcije i 'velikog zadatka' ".

3.2.4 Diskusija

U diskusiji se razmatra broj mogućih rešenja zadatka. Idealno, broj rešenja treba izraziti efektivno u funkciji medjusobnih odnosa zadatih elemenata, ali ponekad je dovoljno izraziti ga u funkciji odnosa figura dobijenih u konstrukciji.

3.3 Stereometrijski zadatak

Rešavanje stereometrijskog zadatka veoma često zahteva korišćenje izometrijskih transformacija prostora. Tu je moguće iskoristiti sledeće zablude zasnovane na varljivoj analogiji sa izometrijskim transformacijama ravni:

– "centralna simetrija prostora je direktna izometrija";

– "centralna simetrija prostora može se reprezentovati kao kompozicija dve ravanske refleksije";

– "centralna refleksija prostora može se reprezentovati kao kompozicija dve osne simetrije";

Slično, pogrešnom analogijom mogu se dobiti i sledeće korisne zablude:

– "postoje dve tangente iz date tačke na sferu".

– "u prostoru se dva kruga sa poluprečnicima r_1 i r_2 seku ako je rastojanje izmedju njihovih središta manje od $r_1 + r_2$".

3.4 Zadatak iz hipeboličke/apsolutne geometrije

Euklidska i hiperbolička geometrija razlikuju se u aksiomi paralelnosti. Apsolutna geometrija nema aksiomu paralelnosti i opštija je teorija od euklidske i hiperboličke, pa sve što važi u apsolutnoj geometriji važi i u euklidskoj i hiperboličkoj. Medjutim, ono što važi u euklidskoj geometriji ne mora da važi u apsolutnoj ili hiperboličkoj geometriji. Sledeće standardne greške u hiperboličkoj/apsolutnoj geometriji mogu biti upotrebljene:

– "zbir vektora $\vec{AB}$ i $\vec{BC}$ je vektor $\vec{AC}$";

– "kompozicija translacija $\mathcal{T}_{\vec{AB}}$ i $\mathcal{T}_{\vec{BC}}$ je translacija $\mathcal{T}_{\vec{AC}}$";

– "kompozicija translacija $\mathcal{T}_{2\vec{AB}}$ i $\mathcal{T}_{2\vec{BC}}$ nije translacija $\mathcal{T}_{2\vec{AC}}$";

– "uglovi sa paralelnim kracima su podudarni" (što, uostalom, nije tačno ni u euklidskoj geometriji);

– "naporedni uglovi su podudarni";

– "unakrsni uglovi nisu podudarni";

– "važi tranzitivnost paralelnosti pravih" (važi tranzitivnost paralelnosti polupravih, odnosno tranzitivnost paralelnosti pravih u istom smeru, ali ne i tranzitivnost paralelnosti pravih);

– "postoji poluprava p sa temenom P koja pripada polupravoj Ox takva da važi (a) $OP \cong a$ (a je proizvoljna duž); (b) poluprava p normalna je na kraku Ox oštrog ugla $\angle xOy$ i (c) poluprava p paralelna je polupravoj Oy." (u opštem slučaju, ne postoji poluprava koja zadovoljava sva tri uslova, ali postoje poluprave koja zadovoljavaju uslove (a) i (b); (a) i (c) ili uslove (b) i (c)).

4 Metode proceduralne prirode

Na početku pismenog ispita iz Osnova geometrije, reći će vam da možete da koristite samo udžbenik, sliku "velikog zadatka" i pribor za pisanje. U udžbeniku postoje sve teoreme koje su vam potrebne, ali ne dozvolite da vas to pokoleba u vašoj nameri da padnete – budite odlučni. Budite i temeljni – "puškice" pripremite na vreme i držite ih na dohvat ruke. Ukoliko vam ih pronadju, možete mirno da počnete da razmišljate o tome kako da padnete sledeći put.

Ali... ne budite sebični: pre nego što budete udaljeni sa pismenog ispita, pomozite i drugima da padnu. Tražite od drugih da vam pošalju rešenja; budite uverljivi: molite, preklinjite, očajavajte, insistirajte, pretite – žrtvujte se zbog drugih! Zašto da padate sami? Možda ima još onih koji to žele isto koliko i vi (a toga nisu ni svesni). Ukoliko vas dežurni vide kako dobacujete ceduljice, podelićete radost padanja sa svojim bližnjima.

Ako ste koristili puškice i razmenjivali rešenja sa bližnjima, a u tome ipak niste bili uhvaćeni – ne očajavajte. Još nije sve izgubljeno: ukoliko može da se utvrdi da na dva ili više mesta postoje identična rešenja (tačna ili pogrešna) paščete post festum (i to sa sve bližnjima).

5 Metode psiho-fizičke prirode

Na pismenom ispitu iz Osnova geometrije, za one koji žele da polože (pored dobrih priprema) veoma je važno da su odmorni i koncentrisani. Ukoliko ne želite da položite, provedite noć pred ispit vežbajući geometriju. Kako noć odmiče, moći ćete, zbog umora, da uradite sve manje zadataka, pa ćete sutradan na ispit da stignete ne samo umorni, već i bez trunke neophodnog samopouzdanja. Tako nećete uspeti da uradite ni one zadatke koje biste inače znali da rešite. Postoji i vedrija varijanta ove metode: provedite noć pred ispit na žurci i pravo sa nje dodjite na ispit.

6 Kako da dodatno upropastite svoj pismeni

Na pismenom ispitu, u principu se ne ocenjuju rukopis, terminologija, pravopis, stil, struktura rada, osećanje mere itd. Ovo poglavlje namenjeno je onima koji su sigurni u to da su im rešenja netačna, ali žele da svoj rad dodatno upropaste.

6.1 Metoda "Zovite me kratki"

Metoda ima nekoliko aspekata:

– za pisanje koristite papir što manjeg formata (format A6 ili manji);

– pokušajte da rešenja sva četiri zadatka smestite na jednu stranu takvog papira ne ostavljajući ni pedalj neiskorišćenog prostora;

– nemojte nijedan objekat da definišete ili da neki zaključak obrazložite rečima, već to uradite specijalnim simbolima (koje možete i sami da izmislite);

– navedite samo esencijalne delove rešenja, a sve ostalo "prepustite čitaocu";

– tokom pisanja možete da koristite lupu, ali je nikako nemojte priložiti uz svoj rad kada ga predajete.

Realizacija sledeće metode je dualna realizaciji ovoga, ali može da sadrži i nešto više.

6.2 Metoda "King Kong"

Na pismenom ispitu iz Osnova geometrije dozvoljena je upotreba udžbenika; teoreme iz udžbenika mogu da se koriste bez dokaza (dovoljno je navesti oznaku teoreme). Ne obazirite se na ovo pravilo: neka vaše rešenje sadrži prepisane dugačke pasaže iz udžbenika i kompletne dokaze svih teorema koje se u rešenju koriste (ili, još bolje, dokaze svih teorema koje se u rešenju ne koriste). Nemojte, pritom, da napravite početničku grešku – nemojte da teoreme navedete na kraju rešenja kao dodatak: tako ih niko ne bi pročitao. Potrudite se da tekst rešenja i teoreme učešljate tako da niko ne može da shvati i proveri vaše rešenje (bilo ono tačno ili pogrešno) ukoliko ne pročita kompletnu kreaciju.

Pismeni rad treba da sadrži tekstove rešenja iščišćena od svih suvišnih stvari i traganja neizbežnih u samom procesu rešavanja. Pokvarite svoj rad – budite otvoreni, pokažite svoj proces razmišljanja. Neka onaj ko čita vaš rad ima priliku da se detaljno upozna sa svim vašim neuspelim idejama koje nemaju nikakve veze sa konačnim rešenjem. Sâmo rešenje nemojte ni slučajno da izdvojite ili zaokružite.

Ova metoda je prilično jednostavna za realizaciju: nemojte se zadovoljiti radom koji ima manje od 80 gusto ispisanih strana.

6.3 Metoda "Do poslednjeg daha"

Na pismenom ispitu iz Osnova geometrije, oni koji žele da polože, treba da pokažu da znaju ne samo da reše zadatak, već i da to rešenje uobliče i ispišu. Dobro uobličeno rešenje podrazumeva i to da je ključnim delovima posvećena znatno veća pažnja nego usputnim trivijalnim delovima. (Ko zna dobro da razlikuje ključno od trivijalnog rizikuje da položi!) Pokažite svoju originalnost: ključne delove dokaza možete da izostavite, ali sa krajnjom minucioznošću dokažite sva usputna trivijalna tvrdjenja, a analogne delove prepišite bez bilo kakve izmene.

6.4 Metoda "umetnički dojam"

Za postizanje dodatnog negativnog utiska o vašem radu možete koristiti i sledeće:

– koristiti papire različitih dimenzija, boja i dezena;

– nikako (ili još bolje – pogrešno) numerisati stranice;

– dobro pomešati papire;

– obogatiti rad flekama nastalim od čipsa, kafe, čokolade, bureka ...

– pisati samo ovlaš i to običnom olovkom, tako da se tekst ne može čitati bez temeljne hemijske obrade.

– pisati nečitko (tako da ni sami ne možete da pročitate ono što ste napisali).

7 Zaključak

Kao što je rekao Lav Nikolajevič Tolstoj, postoji, u suštini, samo jedan pravi način da položite pismeni iz Osnova geometrije (da naučite geometriju), ali mnogo različitih načina da na njemu padnete. Ako vam ne uspe nijedan od njih, ne shvatajte to tragično – dešavalo se to i studentima pre vas...