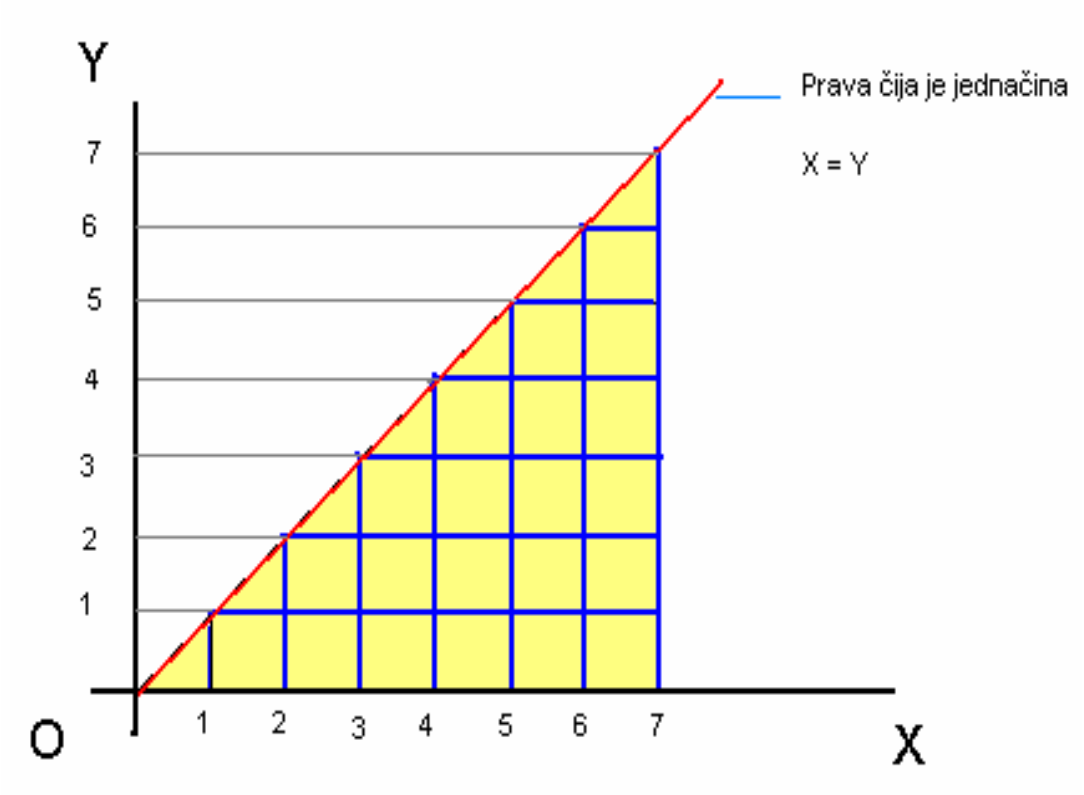
Ovo dole što je napisano namenjeno je jednoj osobo koja me je zamolila na p.p. da mu objasnim kako je dobijen izraz za efektivnu vrednost napona a pošto dotična osoba nije završila elektrotehničku školu i ne zna baš integrale onda sam krenuo sa , po meni, najjednostavnijim mogućim objašnjenjem primene integrala jer će to kasnije biti potrebno za izvođenje formule efektivne vrednosti napona.

Nadam se da je onima koji su imali matematiku barem informativno poznato da postoje tablice rešenja osnovnih tipova integrala i izvoda pa pri rešavanju nekog složenijeg integrala se teži da se na neki od načina taj integral svede na jedan ili više tabličnih integrala putem uvodjenja smena ili rastavljanjem itd..

Ostatak teksta koga vidite nisam prepravljao osim što sam izbrisao njegovo ime i poslednjih 5 strana jer one nemaju toliko veze sa ovim nego sa punjačem akumulatora. Takodje zanemarite to što sam u nastavku pisao kao da se obraćam ovom momku što me pitao (da ne pomislite da sam malo odlepio) jer me mrzelo da toliko ispravljam ovo dole napisano.

Dakle moj odgovor dotičnoj osobi je počeo na sledeći način :

Da bi ti na brzinu pokazao kako to izgleda u praksi onda ću da ti to pokažem na jednom jednostavnom primjeru gdje ću preko integrala da izračunam površinu trugla i gdje ćeš sve vidjeti :



Sl. 1

Evo kao što vidiš sa slike nacrtao sam koordinatni sistem XOY i u njemu pravu (crvenom bojom) čija je jednačina X = Y a to znači da ako je X = 1 da je onda iz jednačine X = Y i Y =1 kao što se sa Sl. 1 može i videti.
Ako je X = 2 onda je i Y = 2 itd. ,odnosno da je čitavo vrijeme vrijednost X jednaka Y. Ako želimo da izračunamo površinu trougla koju ova prava pravi prema X osi a to je ova žuta površina onda treba samo da napišemo integral i da jednačinu prave stavimo u taj integral i da integriramo prema posmatranoj (u ovom slučaju) X – osi. Kao što vidiš i na X i na Y osi sam naneo brojeve od 1 – 7 i neka recimo ti brojevi predstavljaju cm-tre pa će onda i površina koju ćemo izračunati biti u cm^2. Plave kockice predstavljaju, svaka od njih po jedan cm^2 i kao što vidiš mogu i da se prebroje. Čitavih kockica ima 21 kom. a ovih po pola ima 7 kom. E, kada bi sastavio ove po pola onda bi dobio 3,5 čitavih kockica koje ako dodamo na onih 21 čitavih što smo prvo prebrojali daje ukupno 24,5 kockica i to je ono što ćemo dobiti i kada izračunamo integral.

Evo sada da to izračunam :

$$S = \int_0^7 x dx \qquad (1)$$

Ovaj integral je u stvari najednostavniji i to je tablični integral i njegovo rješenje je :

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \qquad (2)$$

na osnovu ovog tabličnog integrala imamo da je rješenje našeg integrala :

$$S = \int_0^7 x dx = \left.\frac{x^{1+1}}{1+1}\right|_0^7 = \left.\frac{x^2}{2}\right|_0^7 \qquad (3)$$

Sada se ovo dalje rješava tako što prvo umjesto x uvrstiš 7 pa onda oduzmeš ponovo to isto ali umjesto x uvrstiš nulu. Dakle gornja granica integrala minus donja granica integrala tj.

$$S = \left.\frac{x^2}{2}\right|_0^7 - \left.\frac{x^2}{2}\right|_0^7 = \frac{7^2}{2} - \frac{0^2}{2} = \frac{49}{2} = 24,5 - 0 = 24,5$$

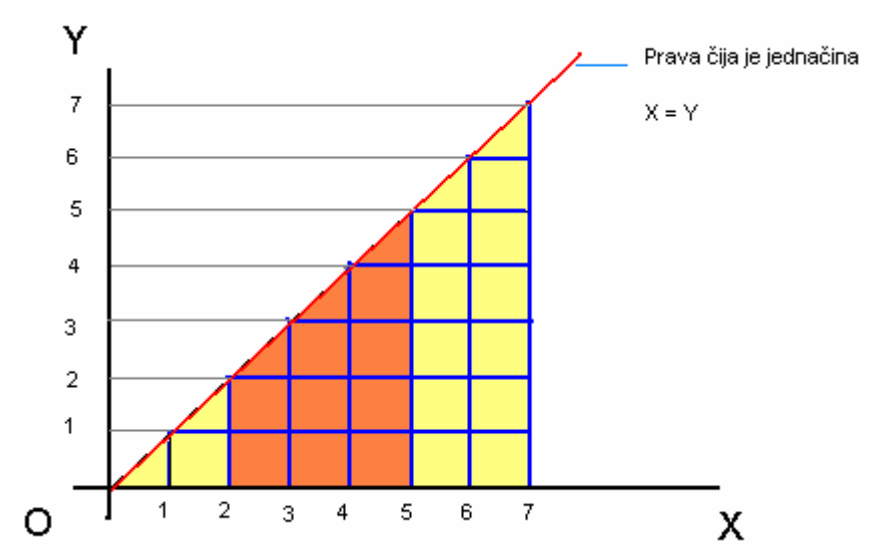
Kao što vidiš preko integrala smo izračunali onaj broj kockica gore sa slike koje smo prebrojali i sa grafika i naravno ispalo je identično.

Da smo uzeli neke druge granice integracije umjesto 0 i 7 dobili bi drugi rezultat odnosno rezultat koji bi nam pokazao koliko ima kockica u tom nekom drugom intervalu.

Ajde da samo promenimo granice pa ćeš da vidiš o čemu se radi :

Ako uzmemo granice integraljenja od 2 – 5 onda nam je donja granica 2 a gornja 5 i onda ćemo da dobijemo koliko onih kockica imamo izmedju X ose odnosno izmedju

vrednosti 2 i 5 prema onoj pravoj označenoj crvenom bojom. Već i bez integrala možemo da ih prebrojimo (to su ove označene narandžastom bojom na slici 2. dole).



Sl. 2

Kao što vidiš čitavih narandžastih kockica ima 9 kom i ovih po pola ima 3 kom. Ove tri kockice po pola daju 1,5 punih kockica i ako dodamo ostalim punim kockicama koje smo prebrojali onda ih ukupno ima 10,5.

E sada ćemo ovaj rezultat da dobijemo i preko onog istog integrala ali sada kao što sam rekao donja granica nam je 2 a gornja 5 jer nas taj interval zanima.

Ako iskoristimo rješenje integrala iz formule (3) onda ćemo samo zameniti granice integraljenja koje sada posmatramo, dakle od 2 do 5 i onda imamo :

$$S = \left.\frac{x^2}{2}\right|_2^5 = \left.\frac{x^2}{2}\right|^5 - \left.\frac{x^2}{2}\right|^2 = \frac{5^2}{2} - \frac{2^2}{2} = \frac{25}{2} - \frac{4}{2} =$$

$$= \frac{25-4}{2} = \frac{21}{2} = 10,5$$

Dakle, opet smo i integralom dobili isti rezultat.

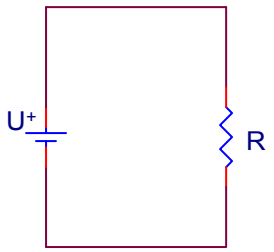
Pretpostavljam da ti je sada jasnija priča o integralima i šta se sa njima računa.

E sada da se vratimo na tvoje pitanje :

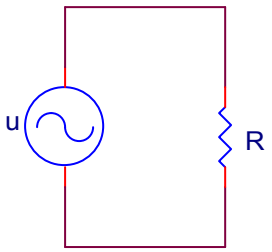
Kako je definisana efektivna vrijednost napona odnosno kako je ta formula dobijena?

Ako imamo neki otpornik R na koji je priključen jednosmijerni napon onda se na tom otporniku razvija neka energija, isto važi i za kolo sa naizmeničnim napajanjem. Kod izvodjenja formule za efektivnu vrednost napona polazi se od uslova da , razvijena energija pri jednosmijernoj struji u nekom vremenu mora da bude jednaka razvijenoj energiji pri naizmjeničnoj struji na istom otporniku u istom vremenu. Dakle riječima

rečeno efektivna vrijednost napona je ona vrijednost pri kojoj bi i na jednosmijernoj struji bila razvijena jednaka količina energije kao i pri naizmjeničnoj !



Sl. 3



Sl. 4

Na slici 3 je jednosmijerno napajanje a na sl. 4 naizmjenično. Snaga u kolu sa slike 3 je data relacijom :

$$P_j = UI = U\frac{U}{R} = \frac{U^2}{R}$$ (4) indeks j pored P označava jednosmijernu struju

dok je snaga koja se razvija u kolu sa slike 4 :

$$P_n = ui = u(t)\frac{u(t)}{R} = \frac{u^2(t)}{R}$$ (5) indeks n pored P označava naizmjeničnu struju

Pošto nama treba energija u izrazima onda ćemo izraze 4 i 5 transformisati u energiju tako što ćemo oba pomnožiti sa vremenom, jer energija po definiciji predstavlja snagu pomnoženu sa vremenom , odnosno snagu utrošenu u vremenu.

Pa imamo da je energija koja se razvije u jednosmernom kolu data kao :

$$W_j = \frac{U^2}{R}T$$ (6)

i u naizmjeničnom kolu :

$$W_n = \frac{u^2(t)}{R}t$$ (7) , (t) je vremenski zavisan oblik napona jer kao što znaš sinusni oblik napona se mijenja u svakom trenutku pa prema tome svaki trenutak mora da bude i definisan.

E pošto sam ti prethodno napomenuo da bi dobili izraz za efektivnu vrijednost onda sam rekao da energija koja se razvije u jednosmijernom kolu mora da bude jednaka energiji koja se ravije u naizmjeničnom kolu pa odatle slijedi da je :

$$W_j = W_n$$

pa se onda izjednačavanjem 6 i 7 dobija da je :

$$\frac{U^2}{R}T = \frac{u^2(t)}{R}t$$

E sada ako levu i desnu stranu jednačine pomnožimo sa R da bi smo se oslobodili R u izrazu onda dobijamo sledeći izraz :

$$U^2T = u^2(t)t$$

pa onda opet malo matematike pa se ovaj izraz pomnoži sa dt pa se onda integrali (jer na ovaj način ne menjamo ništa , ovo je sada mala matematička fora kao da dodaš npr. 2 pa oduzmeš isto 2 u algebri pa se ništa ne mijenja).

Dobija se izraz :

$\int U^2Tdt = \int u^2(t)tdt$ daljim rešavanjem pošto su U i T konstante dobijamo

$U^2T = \int u^2(t)td$ odakle sledi sledeći izraz

$U = \sqrt{\frac{1}{T}\int u^2(t)dt}$ i to je izraz za efektivnu vrednost napona !!

Sada ako kažemo efektivna vrednost napona, onda ćemo dodati indeks "eff" uz U da nam to bude prihvatljivije pa onda prethodni izraz izgleda ovako :

$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int u^2(t)dt}$ (8) i odavde ćemo da izvedemo onaj izraz za efektivnu vrednost napona sinusnog oblika koji je nama potreban.

Napon pod korenom u gornjoj jednačini u(t) je naizmjenični napon i njegova vrijednost je data kao što ti je vjerovatno poznato kao :

$$u(t) = U_m \sin \omega t$$

ako sada ovo uvrstimo u jednačinu za efektivnu vrijednost napona (8) dobijamo sledeći izraz :

$$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T U_m^2 \sin^2 \omega t dt}$$

Kao što vidiš sada smo unijeli pod korijen izraz za naizmjenični sinusni napon i postavili granice kod integrala od 0 do T a to znači u toku jedne periode jer mi u stvari tražimo vrijednost naizmjeničnog napona koja će da oslobodi u jednoj periodi istu količinu energije kao i jednosmijerni napon u istom vremenu. U_m iz prethodnog izraza je konstanta i ona je u stvari maksimalna vrijednost napona koju on dostiže u jednom trenutku i ona može da se izvadi ispred integrala jer je konstanta tako da sada prethodni izraz dobija oblik :

$$U_{eff} = \sqrt{\frac{U_m^2}{T}\int_0^T \sin^2 \omega t dt} \qquad (9)$$

još ostaje da se izračuna integral ispod korijena pa ćemo onda kasnije rezultat rješenja ovog integrala da vratimo pod korijen izraza (9) kako bi smo završili proračun.

Dakle ostalo nam je da riješimo integral:

$\int_0^T \sin^2 \omega t dt = \int_0^T \frac{1-\cos 2\omega t}{2} = \frac{1}{2}\int_0^T (1-\cos 2\omega t) dt$; ovdje smo rastavili trigonometrijski izraz $\sin^2 x$ kao $\sin^2 x = \frac{1-2\cos x}{2}$

e sada ovo dalje možemo da rastavimo po pravilima integriranja na dva nazavisna integrala :

Pa onda imamo :

$$\frac{1}{2}\int_0^T dt - \frac{1}{2}\int_0^T \cos 2\omega t dt = I_1 - I_2 \qquad (10)$$

Ajde sada da ih razdvojimo na dva integrala pa da ih označimo kao I_1 kao prvi integral i I_2 kao drugi integral iz prethodnog izraza :

$$I_1 = \frac{1}{2}\int_0^T dt$$

$$I_2 = \frac{1}{2}\int_0^T \cos 2\omega t dt$$

rješenje prvog integrala , dakle I_1 je :

$$I_1 = \frac{1}{2}\int_0^T dt = \frac{1}{2}t\Big|_0^T = \frac{1}{2}T - \frac{1}{2}0 = \frac{1}{2}T = \frac{T}{2} \qquad (11)$$

da bi smo riješili drugi integral neophodno je uvesti smjenu kako bi smo ga riješili pa onda to što smo zamijenili ponovo uvrstimo na kraju kako bi smo dobili rješenje integrala a to se radi na sledeći način :

dakle imamo da je $I_2 = \frac{1}{2}\int_0^T \cos 2\omega t dt$

sada uvodimo smjenu da bi riješili ovaj tip integrala odnosno da bi ga sveli na tablični integral a to je da je :

$2\omega t = p$ ako ovo deriviramo onda dobijemo :

$2\omega dt = dp$ odakle slijedi da je $dt = \frac{dp}{2\omega}$

pa onda uvrstimo ove smjene u integral I_2 i imamo sledeći integral :

$$I_2 = \frac{1}{2}\int_0^T \cos p \frac{dp}{2\omega} = \frac{1}{2}\frac{1}{2\omega}\int_0^T \cos p dp = \frac{1}{4\omega}\int_0^T \cos p dp$$

integral koji smo dobili na kraju poslednje jednakosti je tablični integral i njegovo rješenje je $\sin p$ što je i bio cilj smjene koju smo uveli pa onda imamo :

$I_2 = \frac{1}{4\omega}\sin p\Big|_0^T$ sada u ovom rješenju vratimo onu smjenu koju smo uveli da je $2\omega t = p$ pa onda dobijamo vremenski oblik koji nam je potreban da bi smo uvrstili granice integrala :

$$I_2 = \frac{1}{4\omega}\sin 2\omega t\Big|_0^T = \frac{1}{4\omega}\sin 2\omega T - \frac{1}{4\omega}\sin 2\omega 0 = \frac{1}{4\omega}\sin 2\frac{2\pi}{T}T - \frac{1}{4\omega}\sin 0$$

pretpostavljam da znaš da je vrijednost sinusa za 0 stepeni jednaka nuli pa onda izraz u poslednjoj strani jednakosti gdje je sinus od 0 je takođe nula tako da nam ostaje samo izraz:

$\frac{1}{4\omega}\sin 2\frac{2\pi}{T}T = \frac{1}{4\omega}\sin 4\pi$ pa pošto je i sinus od 4π takođe jednak nuli to znači da je kompletan integral I_2 jednak nuli i da nam za izračunavanje efektivne vrijednosti napona ostaje samo onaj integral I_1 čije rješenje moramo da vratimo u jednačinu (9) i da sredimo onaj izraz.
Dakle sada kada uvrstimo rješenje integrala u jednačinu (9) dobijamo da je :

$U_{eff} = \sqrt{\frac{U_m{}^2}{T}\frac{T}{2}} = \sqrt{\frac{U_m^2}{2}} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$ i ovo je ono što smo tražili dakle izraz za efektivnu vrijednost napona.

Dakle : $U_{eff} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$ (12) što znači da je efektivna vrijednost napona jednaka količniku amplitude (maksimalne vrednosti) sinusnog napona i $\sqrt{2}$ i to je ono što je tebe zbunilo tamo na forumu. Izraz za efektivnu vrednost bilo kog drugog oblika koji nije sinusnog je naravno drugačiji jer bi i integral na početku imao drugu polaznu osnovu.

Kada mjeriš tvojim instrumentom napon mreže tj. onaj napon na utičnici onda ti u stvari mjeriš njegovu efektivnu vrijednost jer svi instrumenti mjere upravo efektivne vrijednosti veličina osim onih za specijalnu upotrebu.
Pa ako si izmjerio da ti je napon 220 V onda na osnovu izraza (12) možeš da izračunaš kolika je amplituda sinusoide toga napona.

Dakle iz izraza (12) slijedi da je :

$U_m = U_{eff}\sqrt{2} = 220\sqrt{2} = 310,2$ V ili približno 310 Volti. (13)

Sve bi bilo ovako da se nije umešao elektrolit koji se stavlja posle greca.

Da skratim priču jer je i ovaj deo teksta izmenjen :

Elektrolit će se napuniti na maksimalnu vrednost napona na transformatoru umanjenu za vrednost pada napona na diodama u grecu ili ako to zanemarimo onda možemo reći da će kondenzator biti napunjen sa Um. Kada vrednost napona na trafou počinje da opada sa maksimalne vrednosti onda potrošač preuzima napajanje sa elektrolita koji je napunjen na Um i onda ponovo u sledećoj periodi napona na transformatoru kondenzator se puni na Um dok istovremeno snabdeva i potrošač.
Cilj dobrog ispravljača je da nema osilacija napona na potrošaču odnosno na izlaznom elektrolitu. To se dobija odgovarajućim izborom vrednosti elektriolita i snage trafoa u zavisnosi od opterećenja tj. potrošača. Naravno sve dodatno remeti i frekvencija na kojoj radi trafo - da ne komplikujemo jer ovo nema kraja a i mene zabole glava !

Kondenzator – kondenzuje elektricitet i oslobadja ga kada je napon na trafou manji od Um.

Dakle napon na ispravljaču koji ima elektrolit će biti po vrednosti jednak amplitudi napona pre greca (umanjenoj za vrednost pada napona na dioodama u grecu , što se zanemaruje s obzirom na vrednosti) i zbog toga je nastala cela ova priča.

Valjda nisam previše iskomplikovao !

Pozdrav , Slavenko !

PS: Možda ima neka greška u smislu izražavanja pa ne zamerite !