

Verovatnoća i statistika

(ABC smerovi)

21. avgust 2001.

1. U sferi poluprečnika R slučajno i nezavisno jedna od druge razbacano je n tačaka. Naći verovatnoću p da rastojanje od centra sfere do najbliže od ovih tačaka bude veće od r . ($0 \leq r \leq R$)
2. Bacaju se dve kocke. Neka je X_1 broj koji padne na prvoj, X_2 broj koji padne na drugoj kocki i $Y = \max\{X_1, X_2\}$. Naći raspodelu dvodimenzionalne slučajne promenljive (X_1, Y) i uslovno očekivanje $E(Y \mid X_1 = 2)$.
3. Pretpostavimo da u proseku svaki n -ti prolaznik pored kioska kupi novine, tj. verovatnoća da jedan prolaznik kupi novine je $\frac{1}{n}$. Neka je S_N broj prolaznika koji prođu pored kioska dok se ne proda N prvih primeraka novina.
 - (a) Naći približnu raspodelu za S_N (kad je N veliko).
 - (b) Kolika je verovatnoća da će posle prolaska nN -tog prolaznika svih N primeraka novina biti već prodato?
4. Obeležje X ima raspodelu datu sa

$$p(k, \theta) = \frac{\binom{5}{k} \theta^k}{(1 + \theta)^5}, \quad k = 0, 1, \dots, 5.$$

- (a) Naći oblik najbolje kritične oblasti za testiranje hipoteze $H_0(\theta = \frac{1}{2})$ protiv $H_1(\theta = \frac{1}{3})$.
 - (b) Za $\alpha = 0,05$ i $n = 100$ odrediti granicu kritične oblasti.
5. Poznato je da je standardno odstupanje težine pakovanja šećera od $2kg$ jednako $0,01$. U uzorku od 15 pakovanja nađeno je uzoračko standardno odstupanje od $0,013$. Testirati hipotezu o nepovećanju standardnog odstupanja, birajući neki nivo značajnosti. Za koje sve nivoe značajnosti nema razloga za odbacivanje hipoteze?