

# Verovatnoća i statistika

## (ABC smerovi)

06. jul 2001.

1. U igri "Craps" igrač ima dve kocke koje se istovremeno bacaju. Ukoliko je zbir 7 ili 11 igrač pobeđuje. Ako je zbir 2, 3 ili 12 igrač gubi. U ostalim slučajevima igrač nastavlja sa bacanjem, sve dok ne ponovi svoj prvobitni zbir, ili ne dobije zbir 7 kad gubi. Izračunati verovatnoću dobitka igrača koji baca kocke.
2. Neka je  $X$  slučajna promenljiva data funkcijom raspodele  $F(x)$  za koju važi da je  $F(x) = 0$  za sve  $x < 0$ . Dokazati da se tada matematičko očekivanje može izraziti formulom

$$E(X) = \int_0^{\infty} (1 - F(x)) dx.$$

3. Neka je  $X_1, X_2, \dots$  niz nezavisnih slučajnih promenljivih, svaka sa uniformnom  $\mathcal{U}(0, 1)$  raspodelom. Dokazati da niz slučajnih promenljivih

$$Y_n = \sqrt[n]{X_1 X_2 \cdots X_n}$$

$n = 1, 2, \dots$  konvergira u verovatnoći ka  $e^{-1}$  kad  $n \rightarrow \infty$ .

4. Obeležje  $X$  ima gustinu

$$\varphi(x, \theta) = \frac{\theta}{x^2}, \quad x > \theta, \quad \theta > 0$$

gde je  $\theta$  nepoznat parametar.

- (a) Naći ocenu maksimalne verodostojnosti za  $\theta$ .
  - (b) Naći jednu centriranu ocenu parametra  $\theta$  i ispitati njenu postojanost.
  - (c) Na osnovu uzorka 3, 4.5, 1.8, 0.6, 4.3, 3.1, 1.8, 1.6, 1.1, 2.5 oceniti parametar  $\theta$ .
5. Dat je prost slučajni uzorak obeležja  $X$  :  
1.31   0.77   2.20   0.23   2.33   0.62   4.28   2.51   0.69   2.52  
0.67   0.014   3.47   8.34   1.91   5.43   2.31   2.63   0.66   0.42  
2.22   1.44   2.92   7.63   0.00042   0.46   0.21   4.01   0.78   4.75  
 $\chi^2$ -testom ispitati da li je uzorak u saglasnosti sa eksponencijalnom raspodelom sa pragom značajnosti  $\alpha = 0.05$ , uzimajući intervale  $(-\infty, 0.5]$ ,  $(0.5, 1]$ ,  $(1, 2.5]$ ,  $(2.5, +\infty)$ .

REZULTATI: 12. jula 2001.

USMENI: kod prof. Zagorke Lozanov-Crvenković 17. jula 2001.

kod prof. Olge Hadžić po dogovoru.