

Verovatnoća i statistika (ABC smerovi)

16. februar 2001.

1. Daktilografkinja je otkucala 10 pisama i adrese na 10 koverata, a rasejana sekretarica stavila je u svaki koverat po jedno pismo ne obraćajući pažnju na adrese. Kolika je verovatnoća:

- (a) da je bar jedno pismo stavljeno u odgovarajuću kovertu?
- (b) da nijedno pismo nije stavljeno u odgovarajuću kovertu?
- (c) da je tačno jedno pismo stavljeno u odgovarajuću kovertu?

2. Slučajna promenljiva (X, Y) ima gustinu

$$\varphi(x, y) = \begin{cases} 12x^3y, & 0 < y < x < 1 \\ 0, & \text{za ostale } (x, y) \end{cases}.$$

Naći funkciju gustine i funkciju raspodele slučajne promenljive $Z = X + Y$.

3. Dokazati da ako su X i Y nezavisne slučajne promenljive sa istom raspodelom za koju je karakteristična funkcija $f(t)$, tada njihova razlika $X - Y$ ima karakterističnu funkciju $|f(t)|^2$.
(Napomena: $|\cdot|$ je oznaka za moduo kompleksnog broja)

4. Neka je (X_1, X_2, \dots, X_n) prost uzorak obeležja X . Odrediti konstantu c tako da statistika

$$c \sum_{i=1}^{n-1} (X_{i-1} - X_i)^2$$

bude centrirana ocena disperzije.

5. Radi ispitivanja vremenskih prilika u ski-centru na Zlatiboru, za 10 slučajno izabranih godina (u periodu 1980 - 2000) je na osnovu meteoroloških izveštaja dobijen broj snežnih dana u toku godine:

93, 102, 98, 85, 92, 114, 120, 95, 83, 97.

Sa pragom značajnosti $\alpha = 0.025$ testirati hipotezu da je srednji broj snežnih dana u toku godine 90 protiv alternativne da je veći od 90. (Pretpostavlja se da broj snežnih dana ima normalnu raspodelu.)

6. Koristeći χ^2 test, sa pragom značajnosti 0.025 proveriti da li su podaci

I_k	$(0, \frac{1}{4}]$	$(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}]$	$(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}]$	$(\frac{3}{4}, 1]$
m_k	6	18	20	30

saglasni sa hipotezom da se radi o uzorku iz populacije čija je gustina raspodele data sa

$$\varphi(x) = \begin{cases} 2x, & x \in (0, 1) \\ 0, & x \notin (0, 1) \end{cases}.$$

UPUTSTVO: Studenti treće godine B smera rade zadatke pod rednim brojem 1,2,3,4,6.

Svi ostali studenti rade zadatke 1,2,3,4,5.

Rezultati: ponedeljak (19.02) do 12^h.