

Verovatnoća i statistika

(ABC smerovi)

05. maj 2001.

1. Na devet polja table 3×3 upisano je 5 nula i 4 jedinica. Kolika je verovatnoća da se tri jedinice nalaze u istom redu, istoj koloni ili istoj dijagonali?
2. Slučajna promenljiva X ima Košijevu raspodelu datu funkcijom gustine

$$\varphi(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Naći funkciju raspodele za slučajnu promenljivu Y koja je data sa

$$Y = \begin{cases} 1 - X^2, & X \leq 2 \\ \frac{3}{2}X - 6, & X > 2 \end{cases}.$$

3. Bazen se prazni svakog sata, a vreme pražnjenja u minutima ima eksponencijalnu $\mathcal{E}(\frac{1}{20})$ raspodelu. Kroz cevi za pražnjenje istekne 1 m^3 vode u minutu.
 - (a) Ako je u bazenu bilo 1000 m^3 , kolika je verovatnoća da je posle 12 sati u bazenu ostalo manje od 610 m^3 vode?
 - (b) Koliko najmanje vode treba da sadrži bazen, da bi sa verovatnoćom 0.95 posle 12 sati u njemu još bilo vode?
4. Obeležje X ima $\mathcal{U}((-\theta, \theta))$, $\theta > 0$ raspodelu. Na osnovu uzorka obima n , kao ocene za parametar θ predlažu se statistike

$$\hat{\theta}_1 = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n |X_i| \quad \text{i} \quad \hat{\theta}_2 = c_n \max_{1 \leq i \leq n} \{X_i\}.$$

Pokazati da je $\hat{\theta}_1$ centrirana ocena za θ . Naći c_n tako da $\hat{\theta}_2$ bude centrirana ocena istog parametra.

5. U kockarnici žele da ispituju ispravnost numerisane kocke. Bacili su je 100 puta i dobili sledeće rezultate: jedinica je pala 13 puta, dvojka 23 puta, trojka 10 puta, četvorka 10 puta, petica 18 puta i šestica 16 puta. Sa pragom značajnosti $\alpha = 0.05$ testirati hipotezu da je kocka ispravna.